

LE PARADOXE DE MONTY HALL

Fiche atelier

Public visé

- A partir de la 4^{ème}
- Classe entière ou demi-groupes

Durée

1h



Objectifs

- Découvrir le principe du jeu de Monty Hall
- Mettre en évidence l'intérêt de la modélisation probabiliste pour analyser une situation réelle
- Développer l'esprit critique face à l'intuition et aux raisonnements spontanés
- Faire le lien entre expérience concrète et calcul théorique
- **Lien avec le programme (cycle 4) :**
 - Vocabulaire des probabilités
 - Notion de probabilité ; probabilité d'un évènement comprise entre 0 et 1
 - Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples
 - Calculer des probabilités dans des cas simples

Liste du matériel

- 6 mini maquettes
- 6 étiquettes trésor + (12 étiquettes chèvres)
- 6 dés
- Fiches comptage

Alternative aux maquettes :

- 18 gobelets en carton

Installation

- Constituer 6 groupes de 3 à 5 personnes
- Distribuer 1 maquette, 1 étiquette trésor (+ 2 chèvres), 1 dé et 1 fiche comptage à chaque groupe

Déroulement de l'atelier (résumé)

- Partie 1** Présentation du jeu de Monty Hall
- Partie 2** Définition des stratégies de jeu
- Partie 3** Définition du placement des objets par l'animateur
- Partie 4** Test des stratégies en groupe
- Partie 5** Résultats et conclusion

LE PARADOXE DE MONTY HALL

Fiche animateur

Matériel et installation

- 6 mini - maquettes
- Etiquettes : 6 trésors (+ 12 chèvres)
- 6 dés
- Fiches comptage

Installation : Créer 6 îlots/groupes
→ Distribuer à chacun 1 maquette, 1 étiquette, 1 dé et 1 feuille de comptage.

ALTERNATIVE MATÉRIEL

3 gobelets en carton numérotés de 1 à 3 peuvent faire office de portes (soit 18 gobelets pour 6 groupes). Sous chaque gobelet, placer des étiquettes chèvres et trésor. Il est possible de découper une partie des gobelets pour que l'animateur voit facilement le placement des objets.

Schéma pour 1 gobelet.
→ 1 face joueur et 1 face animateur découpée.
+ étiquette à l'intérieur



Partie 1 Présentation du jeu de Monty Hall

Facultatif : montrer la scène du film "Las Vegas 21" - [Lien Youtube](#) (47 s)

Introduction : Le paradoxe de Monty Hall trouve son origine dans le jeu télévisé Let's Make a Deal, diffusé aux Etats-Unis à partir de 1963. L'animateur Monty Hall y proposait le choix suivant :

Expliquer le principe du jeu avec une maquette (ou reproduire avec un diaporama)

- Un joueur est présenté face à 3 portes : derrière une seule de ces portes se trouve un trésor, alors que derrière chacune des deux autres portes se trouve un objet sans intérêt, comme une chèvre.
- Le joueur choisit une de ces 3 portes, mais sans l'ouvrir.
- L'animateur (qui sait où se trouve le trésor) ouvre une des 2 portes restantes, en prenant soin d'éviter la porte qui contient le trésor.
- Le joueur a alors le choix entre conserver sa porte initiale, ou changer pour prendre l'autre porte restante.

Ce jeu a été présenté pendant des années comme un simple jeu de hasard et suggérait un choix équilibré... mais est-ce que c'était vraiment le cas ? C'est ce que nous allons explorer.

Partie 2 Définition des stratégies de jeu

Explications : Nous allons tenter de définir les stratégies de jeu du joueur. Quand on parle de stratégie, cela signifie qu'on décide à l'avance de la façon de jouer (on pourrait parler d'un déroulé, d'une recette ou d'un protocole de jeu).

Question : que fait le joueur à la 1^{ère} étape/comme première action ?

→ **Réponse attendue :** il choisit une porte au hasard parmi les trois
(Ensuite, Monty Hall ouvre une porte avec une chèvre.)

Question : est-ce que vous voyez des stratégies possibles pour la 2^{ème} étape ?

→ **Réponse attendue :** Il existe 3 stratégies possibles :

- Stratégie 1 : Choisir une porte au hasard, indépendamment de la 1^{ère} choisie
- Stratégie 2 : Garder la même porte que celle choisie à la 1^{ère} étape
- Stratégie 3 : Changer de porte par rapport à celle choisie à la 1^{ère} étape

Vote à main levée : selon vous, quelle est la meilleure stratégie ?

LE PARADOXE DE MONTY HALL

Fiche
animateur

Partie 3 Définition du placement des objets

Explications : Nous allons tester ces stratégies en jouant de nombreuses parties. En effet, la probabilité se voit sur un grand nombre de jeu : c'est la loi des grands nombres qui intervient. La fréquence de réalisation converge vers la probabilité.

Il va y avoir 3 rôles par groupe : 1 joueur, 1 secrétaire et 1 animateur, qui est chargé de cacher les objets... Mais comment peut-il savoir où les cacher ? Pour que l'expérience soit fiable, ce placement ne doit pas dépendre de l'animateur, qui pourrait influencer les résultats, même sans le vouloir. Il faut donc une méthode aléatoire.

Question : Comment faire avec un dé à 6 faces lancé 1 fois ?

→ **Réponse attendue :** Le dé va déterminer la porte derrière laquelle le trésor sera placé avant chaque partie.

Par exemple :

- Si le dé tombe sur 1 ou 4, le trésor sera placé derrière la porte 1
- Si le dé tombe sur 2 ou 5, le trésor sera placé derrière la porte 2
- Si le dé tombe sur 3 ou 6, le trésor sera placé derrière la porte 3

Chaque porte est donc associée à deux résultats du dé.

Partie 4 Test des stratégies en groupe

Organisation : Créer des groupes de 3 à 5 personnes. Distribuer le matériel.

Explications : Nous allons surtout privilégier les stratégies 2 (garder la porte) et 3 (changer de porte) pour voir s'il y a une différence ou si tout repose sur le hasard.

Organisation : définir quels groupes applique quelle stratégie, en essayant de diviser équitablement. S'il manque des groupes, il est possible de ne tester qu'une seule stratégie.

Explications : 3 rôles par groupe :

- 1 animateur, chargé de lancer le dé afin de placer les chèvres et le trésor à l'insu du joueur
- 1 joueur, qui doit trouver le trésor en appliquant toujours la même stratégie
- 1 secrétaire, chargé de noter les résultats des parties : Gain ou Perte

Si possible, faire tourner les rôles dans les groupes.

Laisser jouer les groupes.

Note : si un groupe termine ses tests en avance, lui proposer de tester les autres stratégies.

LE PARADOXE DE MONTY HALL

Fiche animateur

Pour environ 60 tests par groupe :

Groupe de 3 : le joueur teste 20 fois de trouver le trésor selon la stratégie du groupe, puis change de rôle.

Groupe de 4 : le joueur teste 15 fois de trouver le trésor selon la stratégie du groupe, puis change de rôle.

Un groupe de 5 peut être envisageable (12 tests par joueur) mais n'est pas recommandé.

Partie 5 Résultats et conclusion

Traitement des résultats : Calculer le pourcentage de réussite pour chaque stratégie (nb parties gagnées / nb parties totales x 100)

Faire un tableau pour chaque groupe et chaque stratégie

Question : qu'est-ce qu'on remarque en comparant les résultats selon les stratégies ?

→ **Réponse attendue :** Changer de porte augmente les probabilités de gagner !

Question ouverte : Est-ce que ça vous paraît intuitif ?

Stratégie : garder la même porte

	Parties gagnées	Total de parties	% parties gagnées
Groupe 1	20	60	33,33
Groupe 2	17	47	36,17
Groupe 3	11	29	37,93

Exemple de tableau de résultats pour la stratégie "garder la même porte"

POUR ALLER PLUS LOIN

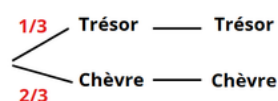
Explications : Nous allons explorer les probabilités qui se cachent derrière les résultats obtenus. Nous allons construire des arbres de probabilités selon les stratégies.

Faire construire ou remplir ensemble les arbres de probabilités (voir ci-contre).

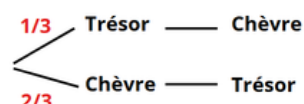
Explications : en gardant la même porte, la probabilité de trouver le trésor est de $\frac{1}{3}$ alors qu'en changeant de porte elle est de $\frac{2}{3}$. Avec une stratégie au hasard, la probabilité de trouver le trésor est de $\frac{1}{2}$. La stratégie gagnante est donc de changer de porte, et il vaut mieux jouer au hasard que garder la même porte.

Attention ! La probabilité de gagner ne définit le résultat : ce n'est pas parce qu'on a plus de chances de gagner qu'on VA gagner.

Stratégie : garder la même porte



Stratégie : changer de porte



Stratégie : au hasard



LE PARADOXE DE MONTY HALL

Fiche
animateur

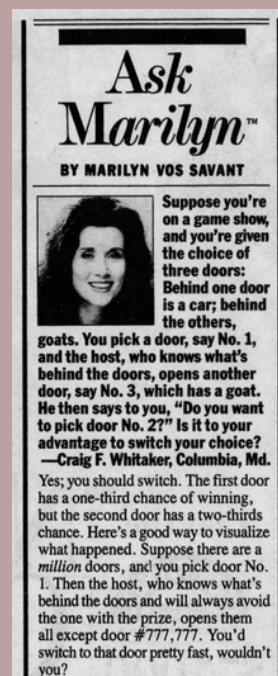
ANECDOTE N°1 : MARYLIN VOS SAVANT

Marilyn Vos Savant entre dans l'histoire du paradoxe de Monty Hall au début des années 1990, alors qu'elle est connue du grand public pour sa chronique *Ask Marilyn* dans le magazine Parade.

En 1990, un lecteur lui soumet la question inspirée du jeu télévisé *Let's Make a Deal* : faut-il changer de porte ou non après que l'animateur en ouvre une perdante ? Marilyn vos Savant répond clairement qu'il est avantageux de changer, car cela donne deux chances sur trois de gagner.

Cette réponse déclenche une polémique retentissante : elle reçoit des milliers de lettres, dont beaucoup émanent de mathématiciens, de professeurs et d'universitaires affirmant qu'elle se trompe. Certains lui demandent publiquement de se rétracter. Pourtant, malgré la controverse, Marilyn vos Savant avait raison, et les démonstrations ultérieures, simulations informatiques et analyses probabilistes confirmeront sa réponse.

L'épisode est devenu emblématique de la difficulté à accepter ce raisonnement probabiliste contre-intuitif.



ANECDOTE N°2 : LES PIGEONS VONT-ILS CONTRÔLER LE MONDE ?

Deux chercheurs en psychologie du Whitman College (État de Washington) ont testé avec des pigeons sur une version répétée du problème de Monty Hall, où la récompense était de la nourriture. Après une centaine d'essais, les oiseaux ont appris la stratégie optimale : changer de porte. Leur taux de changement est passé de 36 % au début à 96 % à la fin de l'expérience, menée sur plusieurs jours.

En comparaison, des humains soumis au même protocole progressent beaucoup moins : après 200 essais, ils ne changent de porte que dans 66 % des cas. Les pigeons font donc mieux que nous ! Cette différence suggère que l'humain, prisonnier de raisonnements intuitifs mais erronés, peine à apprendre de l'expérience et continue à croire que changer ou non n'a pas d'impact.

Référence de l'article : Herbranson WT, Schroeder J. Are birds smarter than mathematicians? Pigeons (*Columba livia*) perform optimally on a version of the Monty Hall Dilemma. *J Comp Psychol.* 2010 Feb;124(1):1-13. doi: 10.1037/a0017703. PMID: 20175592; PMCID: PMC3086893.

LE PARADOXE DE MONTY HALL

Fiche
animateur

VARIANTES ET RESSOURCES SUPPLÉMENTAIRES :

- Variante créée par une enseignante avec programmation Scratch - sur 4 séances :
 - Présentation
 - Lien du document enseignant - pdf en ligne
 - Lien du document élèves - pdf en ligne
- Simulation du jeu de Monty Hall à 3, 4 et 10 portes - en ligne
- Ateliers Terra Numerica :
 - Simulation du jeu sur Scratch
 - Atelier en débranché
- Vidéo ARTE sur le problème de Monty Hall
- Activité en anglais sur le problème de Monty Hall - niveau lycée

Stratégie du groupe :

Parties gagnées	Parties perdues
Total =	Total =
Total de parties =	

Stratégie du groupe :

Parties gagnées	Parties perdues
Total =	Total =
Total de parties =	

