

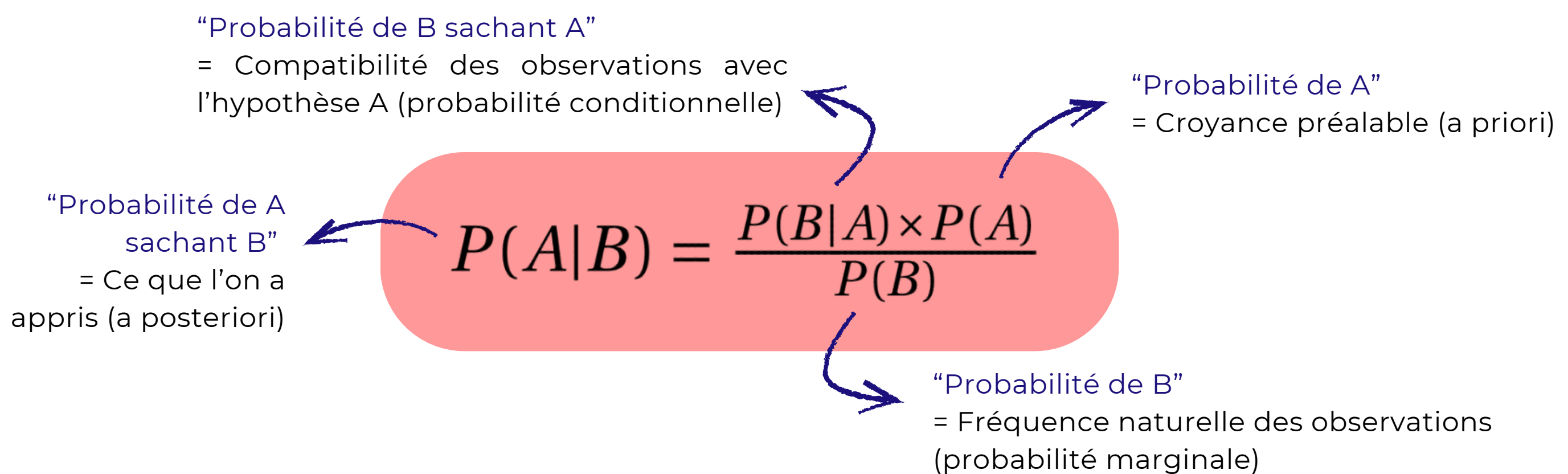
# LE RAISONNEMENT BAYÉSIEN

## Mettre à jour ses croyances

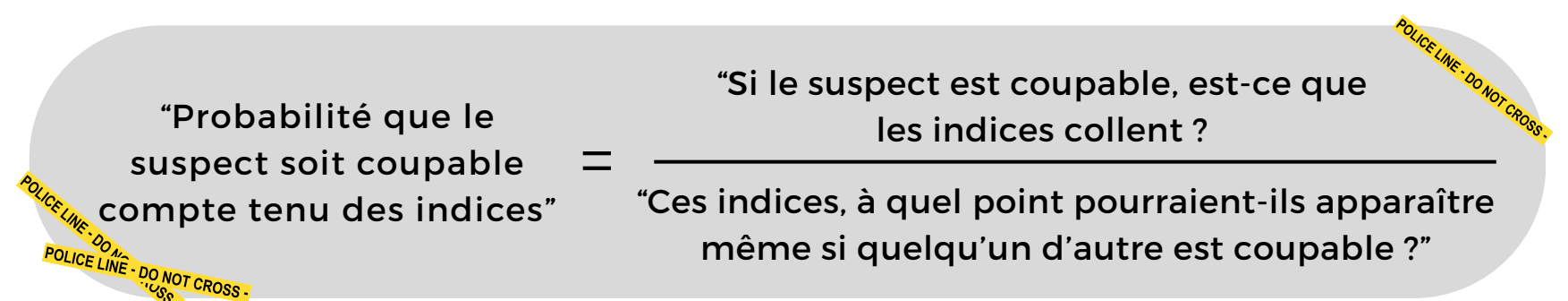
Le **raisonnement bayésien** est au cœur de nombreux algorithmes de décision et intervient dans de nombreux domaines concrets (sport, médecine, justice...) où l'on doit tirer des conclusions à partir d'informations incomplètes. Il repose sur le **théorème de Bayes**, qui permet de calculer la probabilité d'un événement en combinant les **informations déjà connues** avec de **nouvelles observations**. Ce raisonnement mesure dans quelle proportion une **observation renforce (ou affaiblit) une hypothèse** : ici, la probabilité représente un degré de croyance. Le théorème de Bayes aide ainsi à ne pas surestimer des preuves spectaculaires mais rares, ni à négliger des explications simples et fréquentes.

## Le théorème de Bayes

Soit A et B deux événements :



Dans une enquête policière, le théorème de Bayes peut s'utiliser pour raisonner à partir des indices. On peut le représenter métaphoriquement de la façon ci-contre.



## Exemple d'application

- 1 personne sur 10 000 fait un infarctus à un instant donné dans la population générale.
- 90% du temps, si quelqu'un fait un infarctus, il a une douleur thoracique.
- La douleur thoracique est un symptôme fréquent (due par exemple au stress, à un reflux gastrique, à de l'anxiété, etc...) : environ 5% de la population présente une douleur thoracique à un moment donné.

**Quelle probabilité de faire un infarctus en ayant une douleur thoracique ?**

Soit I l'évènement “Faire un infarctus” et D l'évènement “avoir une douleur thoracique”. On applique la formule de Bayes pour répondre à la question :

“Probabilité d'avoir une douleur en faisant un infarctus”

“Probabilité de faire un infarctus”

$$P(I|D) = \frac{P(D|I) \times P(I)}{P(D)}$$

“Probabilité d'avoir une douleur (avec et sans infarctus)”

$$P(I|D) = \frac{0,9 \times 0,0001}{(0,9 \times 0,0001 + 0,05 \times 0,9999)} = 0,002 = 0,2\%$$



Si on se présente aux urgences avec une douleur thoracique, la probabilité que l'on soit en train de faire un infarctus reste **très faible** : 0,2% de chances !

En pratique, les médecins font souvent ce type de raisonnement. Ils combinent différents symptômes et tiennent compte de l'âge et des facteurs de risque pour réduire le dénominateur et ainsi augmenter la **fiabilité** de leur diagnostic.

Pour aller plus loin :

- <https://www.20minutes.fr/sciences/2889427-20201023-pourquoi-sherlock-holmes-beaucoup-moins-genial-annees-1960>
- *Bayesian Probability for Babies* par Chris Ferrie, 2019. Baby University Series.
- Cours sur l'inférence bayésienne par Boris Hejblum : <https://sta305bayes.borishejblum.science>