

PROBABILITÉS

POURQUOI AVONS-NOUS TANT DE MAL ?

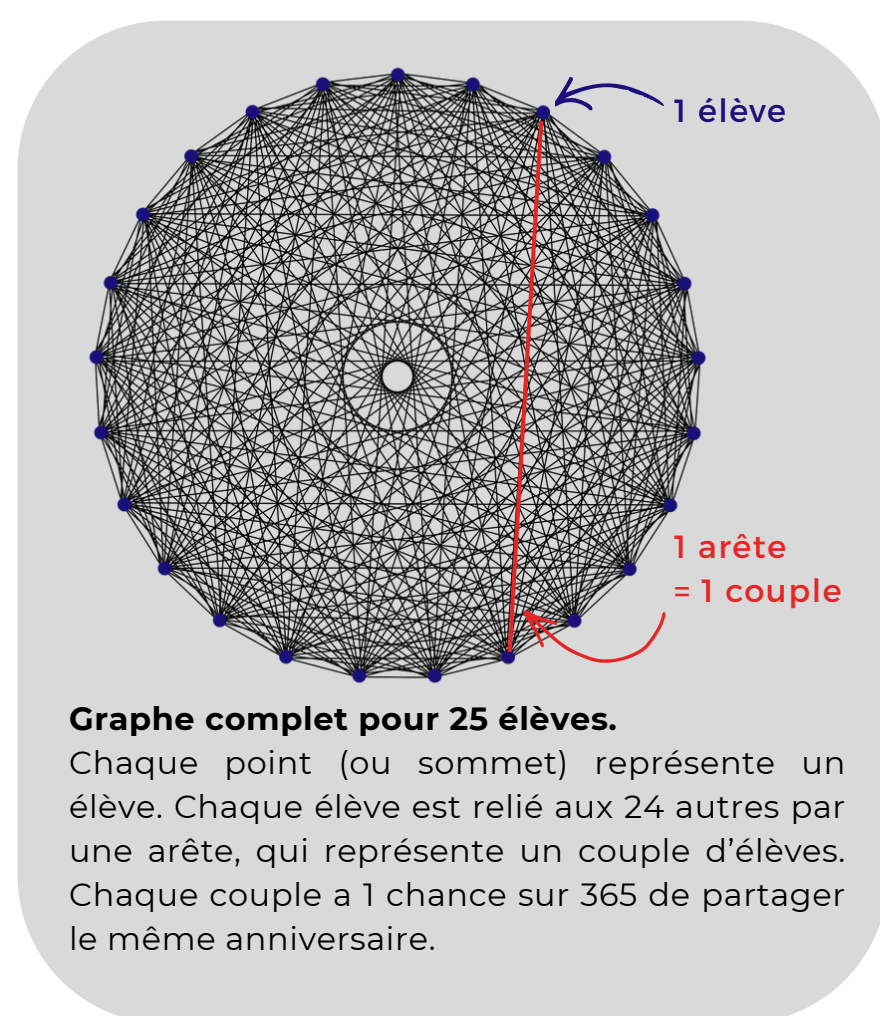
Le “paradoxe” de Monty Hall

Supposez que vous participez à un jeu télévisé et le présentateur vous donne le choix entre trois portes. Une récompense se cache derrière une seule d'entre elles. Vous choisissez une porte, disons la n°1. Le présentateur (qui sait derrière quelle porte se trouve la récompense), ouvre une autre porte, disons la n°3, derrière laquelle il n'y a rien. Il vous demande alors :

« **Voulez-vous maintenant votre choix ou changer de porte ?** »

Que faites-vous ?

Il s'avère que vous **doublez vos chances** d'obtenir la récompense si vous **changez de porte** ! Lors de votre premier choix, vous aviez $1/3$ de chance de choisir la bonne porte. Sauf que cette **probabilité ne change pas lorsque le présentateur ouvre une porte**, toujours vide, puisqu'il sait où se trouve la récompense. En changeant de porte, vous avez donc $2/3$ de chances de tomber sur la récompense. Contre-intuitif, non ?



Le “paradoxe” des anniversaires

La probabilité que deux personnes aient la même date d'anniversaire est d'environ $1/365$, soit environ 0,3%.



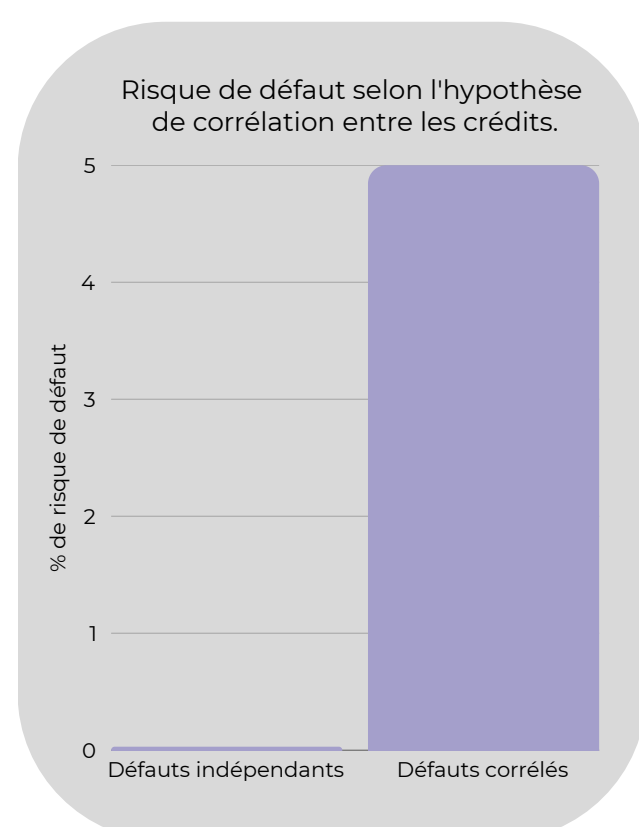
Selon vous, quelle est la probabilité que dans une classe de 25 élèves, il y en ait deux avec la même date d'anniversaire ?

- 7% ?
- 37% ?
- 57% ?

La probabilité est d'environ 57%, plus d'une chance sur deux ! En effet, même s'il y a “seulement” 25 élèves dans la classe, il y a $25 \times 24 / 2 = 300$ couples possibles formés par deux élèves, donc 300 collisions possibles de dates d'anniversaire. Ce résultat surprenant montre qu'un **événement rare peut devenir probable** lorsqu'il existe de **nombreuses occasions** qu'il se produise.

Le mirage de l'indépendance

La « crise des subprimes » (2007-2008) est une crise financière mondiale qui a été déclenchée par des banques américaines qui se trouvaient en **défaut de paiement** après avoir **trop investi** dans le marché de crédits immobiliers à haut risque, dits « subprimes ». Une des raisons était une confiance démesurée en certains produits financiers tels que les *collateralized debt obligations* (CDO).



Voici un exemple simplifié d'un CDO. Imaginons 5 crédits immobiliers, chacun ayant 5 % de risque de défaut. Vous pariez sur le statut de ces crédits immobiliers. Si au moins un des crédits est remboursé, vous gagnez un peu d'argent. En revanche, si tous les crédits font défaut, vous perdez tout ce que vous avez investi. **Quel risque prenez-vous ?**

Posons l'hypothèse que les défauts des crédits sont **indépendants** : la probabilité que les 5 crédits échouent en même temps est extrêmement faible ($5\% \times 5\% \times 5\% \times 5\% \times 5\% \approx 0.00003\%$). Parier semble alors presque **sans risque**.

Sauf que cette hypothèse peut être **fausse en période de crise** : lorsque l'économie va mal, les défauts des crédits ont **tendance à arriver ensemble**. S'ils sont parfaitement corrélés, le risque que les 5 crédits fassent défaut passe alors à 5%, soit un risque 160000 fois plus élevé que sous la première hypothèse !

Pour aller plus loin :

- Wikipédia : “Problème de Monty Hall”, “Paradoxe des anniversaires”, “Crise des subprimes”
- *The Signal and the Noise: why so many predictions fail – but some don't* par Nate Silver, Penguin Books, 2020